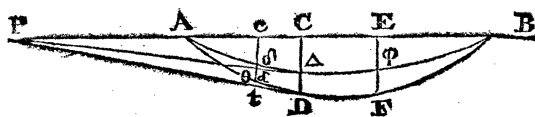


IV. De motu Nervi tensi. Per Brook Taylor Armig.
Regal. Societat. Sodal.

Lemma I.



Sint ADFB, &
A Δ B Curvæ
duæ, quarum re-
latio inte se hæc
est, ut, ductis ad

libitum ordinatis C Δ D, E Φ F, sit C Δ : CD :: E Φ : EF.
Tum ordinatis in infinitum imminutis, adeo ut coincident
Curvæ cum axe AB; dico quod sit ultima ratio curvaturæ
in Δ ad curvaturam in D, ut C Δ ad CD.

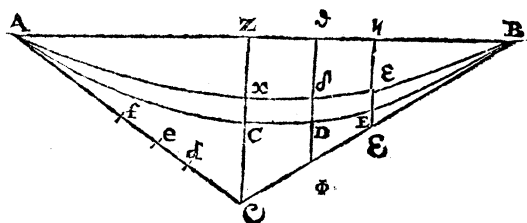
DEmonstr. Duc ordinatam c δ d ipsi CD proximam;
& ad D & Δ duc tangentes Dt & Δ θ , ordinatæ
cd occurrentes in t & θ . Tum ob c δ : cd :: C Δ : CD
(per Hypothesin) tangentes productæ sibi invicem & axi
occurent in eodem puncto P. Unde ob triangula similia
CDP & ctP, C Δ P & c θ P, erit c θ : ct :: C Δ : CD
(:: c δ : cd, per Hyp) :: δ θ (= c θ - c δ) ad d t (= ct - cd.)
Atqui sunt curvaturæ in Δ & D, ut anguli contactûs θ Δ δ
& t D d; & ob δ Δ & d D coincidentes cum c C, anguli
isti sunt ut eorum subtensæ δ θ & d t, hoc est (per ana-
logiam supra inventam) ut C Δ & CD. Quare, &c.
Q. E. D.

Lemma

Prob. 1.

Definire motum Nervi tensi.

In hoc Problemate & sequentibus pono Nervum moveri per spatium minimum ab axe motus; ut incrementum tensionis ex auctâ longitudine, item obliquitas radiorum curvaturæ possint tuto negligi.



Itaq; extendatur Nervus inter puncta A & B; & plectro deducatur punctum z ad distantiam C z ab axe A B.

Tum amoto plectro, ob flexuram in puncto solo C, illud primum incipiet moveri (*per Lemma 2.*) At statim inflexo Nervo in punctis proximis * & d, incipient hæc puncta etiam moveri; & deinde E & e, & sic deinceps. Item ob magnam flexuram in C, illud punctum primò velocissime movebitur; & exinde auctâ curvaturâ in punctis proximis D, E, &c. ea continuo velocius accelerabuntur; & eâdem operâ, imminutâ curvaturâ in C, id punctum vicissim tardius accelerabitur. Et universaliter, punctis jüstò tardioribus magis & velocioribus minùs acceleratis, tandem fiet ut viribus inter se ritè temperatis, motus omnes conspirent, punctis omnibus ad axem simul euntibus & simul redeuntibus, vicibus alternis ad infinitum.

Sed ut hoc fiat debet Nervus semper induere formam curvæ A C D E B, cujus curvatura in quovis puncto E est ut ejusdem distantia ab axe E n; velocitatibus etiam punctorum C, D, E, &c. constitutis inter se in ratione distantiarum ab axe C z, D s, E n, &c. Etenim in hoc casu,

casu, spatia Cx , $D\delta$, $E\epsilon$, &c. eodem tempore minimo percurſa, erunt inter ſe ut velocitates, hoc eſt ut ſpatia percurrenda Cz , $D\mathfrak{z}$, &c. Unde erunt ſpatia reliqua xz , $\delta\mathfrak{z}$, $\epsilon\eta$, &c. inter ſe in eâdem ratione. Item (per *Lemma 2.*) erunt accelerationes inter ſe in eâdem ratione. Quo pacto, ſemper ſervatâ ratione velocitatum inter ſe eâdem ac ſpatorum percurrendorum, puncta omnia ſimul pervenient ad axem & ſimul redibunt : adeoq; rectè definitur curva $ACDEB$. Q. E. D.

Præterea, comparatis inter ſe duabus curvis $ACDEB$, & $Ax\delta\epsilon B$, per *Lemma 1.* erunt curvaturæ in D & δ , ut diſtantiæ ab axe $D\mathfrak{z}$ & $\delta\mathfrak{z}$: adeoq; per *Lemma 2.* acceleratio dati cujuſvis puncti in Nervo erit ut ejuſdem diſtantiæ ab axe. Unde (per *Phil. Nat. Princip. Math. Sect. X. Prop. 51.*) vibrationes omnes, tam maximæ quam minimæ, peragentur in eodem tempore periodico, & puncti cujuſvis motus ſimilis erit oſcillationi corporis Funi- penduli in Cycloide. Q. E. I,

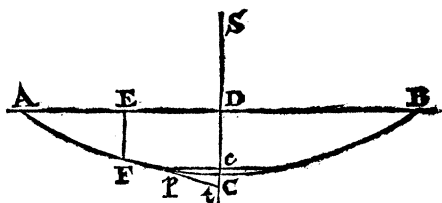
Cor. Sunt Curvaturæ reciprocè ut radii circulorum oſcu- lantium. Sit ergo a linea data, atq; erit radius curvaturæ

$$\text{in } E = \frac{a^2}{E\eta}.$$

Prob. 2.

Datis longitudine & pondere Nervi, unâ cum pondere tendente ; invenire tempus unius vibrationis.

Extendatur nervus inter puncta A & B per vim ponderis P , & ſit nervi ipſius pondus N , & longitudo L . Item conſtituatur nervus in poſitione $AFpCB$, & ad



punctum

punctum medium C erige normalem C S = radio curvaturæ in C, & occurrentem axi A B in D; & sumpto puncto p ipsi C proximo, duc normalem p c & tangentem p t.

Ergo, ut in Lemmate 2, constat vim absolutam quâ acceleratur particula p C, esse ad vim ponderis P, ut c t ad p t, i. e. ut p C ad C S. Sed est pondus P ad pondus ipsius particule p C, in ratione compositâ ex rationibus P ad N, & N ad pondus particule p C, vel L ad p C; hoc est, ut $P \times L$ ad $N \times p C$. Quare compositis his rationibus, est vis acceleratrix ad vim gravitatis ut $P \times L$ ad $N \times C S$. Constituatur itaque pendulum longitudine C D: tum (*per Princip. Math. Sect. X. Prob. 52.*) erit tempus periodicum Nervi ad tempus periodicum istius penduli, ut $\sqrt{N \times C S}$ ad $\sqrt{P \times L}$. At (*per eandem Proposit.*) datâ vi gravitatis longitudines pendulorum sunt in duplicatâ ratione temporum periodicorum; unde

erit $\frac{N \times C S \times C D}{P \times L}$, vel (pro C S scripto $\frac{a}{C D}$, *per Cor.*

Prob. 1.) $\frac{N \times a a}{P \times L}$ longitudo penduli cujus vibrationes sunt isochronæ vibrationibus Nervi.

Ad inveniendam lineam a, sit Curvæ abscissa A E = z, & ordinata E F = x, & ipsa Curva A F = v, & C D = b.

Tum (*per Cor. Prob. 1.*) erit radius curvaturæ in F = $\frac{a a}{x}$

At dato \dot{v} est radius curvaturæ $\frac{\dot{v} \ddot{x}}{\dot{x} \ddot{v}}$. Unde $\frac{a a}{x} = \frac{\dot{v} \ddot{x}}{\dot{x} \ddot{v}}$;

adeoq; $a a \ddot{z} = \dot{v} x \ddot{x}$: & sumptis fluentibus $a a \dot{z} = \frac{\dot{v} x \dot{x}}{2} - \frac{\dot{v} b b}{2} + \dot{v} a a$ (ubi additur data quantitas

— $\dot{v} b b$

$\frac{-\dot{v} b b}{2} + \dot{v} a$, ut fiat $\dot{z} = \dot{v}$ in puncto medio C.) Et hinc

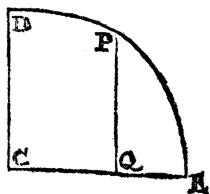
$$\text{peractō calculo erit } \dot{z} = \frac{a^2 \dot{x} - \frac{1}{2} b^2 \dot{x} + \frac{1}{2} x_2 \dot{x}}{\sqrt{a^2 b^2 - a^2 x^2 - \frac{1}{2} x^4 - \frac{1}{2} b^4 + \frac{1}{2} b^2 x^2}}$$

Evanescant jam b & x respectu a , ut coincidat curva

cum axe, & fiet $\dot{z} = \frac{a \dot{x}}{\sqrt{b b - x x}}$. At

centro C & radio C D = b descripto quadrante circulari D P E, & facto C Q = x , & erectâ normali Q P, atque arcu D P existente y , erit

$$\dot{y} = \sqrt{\frac{b \dot{x}}{b b - x x}} = \frac{b}{a} \dot{z}.$$



Unde $y = \frac{b}{a} z$, & $z = \frac{a}{b} y$. Et facto $x = b = C D$, (quo casu etiam fit $y =$ arcui quadrantali D P E, &

$z = A D = \frac{1}{2} L$) erit $\frac{1}{2} L = a \times \frac{D E}{C D}$, atq; $a = L \times \frac{C D}{2 D E}$.

Sit ergo C D ad 2 D E (ut diameter circuli ad circumferentiam) ut d ad c ; atq; erit $a a = L L \times \frac{d d}{c c}$. Substi-

tuto itaq; hoc valore pro $a a$, erit $\frac{N}{P} \times L \times \frac{d d}{c c}$ longitudo penduli isochroni ipsi Nervo. Sit ergo D longitudo

cujus tempus periodicum est 1, atq; erit $\frac{d}{c} \sqrt{\frac{N L}{P \times D}}$ tem-

pus periodicum Nervi. Q. E. I. Sunt enim pendulorum tempora periodica in dimidiatâ ratione longitudinum.

Cor. 1. Numerus vibrationum Nervi in tempore unius vibrationis penduli D est $\frac{c}{d} \times \sqrt{\frac{P}{N} \times \frac{D}{L}}$.

Cor. 2. Ob datum $\frac{d}{c} \times \sqrt{\frac{1}{D}}$, tempus periodicum Nervi est ut $\sqrt{\frac{N}{P} \times L}$. Et dato pondere P est tempus ut $\sqrt{N \times L}$. Item constitutis Nervis ex eodem filo, quo casu fit N ut L, est tempus ut L.
